

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МАТИ - РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени К.Э. Циолковского»

Кафедра «Моделирование систем и информационные технологии»

Определение момента инерции тела сложной формы посредством крутильных колебаний

Методические указания к лабораторной работе
по курсу «Общая физика»

Москва 2018

ВВЕДЕНИЕ

Цель работы:

Ознакомление с одним из методов определения момента инерции тела сложной формы относительно оси проходящей через центр масс тела.

Момент инерции материальной точки относительно заданной оси вращения равен

$$I = m r^2$$

(1)

где m - масса материальной точки

r - расстояние от материальной точки до оси вращения.

Момент инерции тела относительно заданной оси вращения равен сумме

моментов инерции всех отдельных материальных точек этого тела относительно

этой оси

$$I = \sum m_i r_i^2$$

(2)

Моменты инерции однородных тел правильной геометрической формы относительно оси симметрии, проходящей через их центр масс, легко вычисляются интегрированием. Если ось вращения не проходит через центр масс тела, то на основании теоремы Штейнера его момент инерции относительно этой оси равен:

$$I = I_0 + m a^2$$

(3)

где I_0 - момент инерции относительно оси проходящей через центр масс тела, m - масса тела,

a - расстояние между осью проходящей через центр масс тела и заданной осью вращения.

Вычисление моментов инерции неоднородных тел или тел, имеющих неправильную геометрическую форму, представляет собой трудную задачу и поэтому моменты инерции таких тел определяют обычно опытным путем.

В данной работе используется метод крутильных колебаний, который позволяет определить момент инерции тела относительно оси проходящей через его центр масс.

Если испытуемое тело, подвешенное на упругом стержне, повернуть в горизонтальной плоскости на малый угол, то оно будет совершать крутильные гармонические колебания под действием возвращающего момента, который стремится вернуть тело к положению равновесия.

Возвращающий момент возникает при деформации (кручении) стержня, направлен противоположно углу отклонения от положения равновесия и при малых углах отклонения равен

$$M = -\alpha c$$

(4)

где c - коэффициент пропорциональности, зависящий от упругих свойств стержня

и его геометрических характеристик,

α - угол отклонения от положения равновесия.

Если крутильные колебания гармонические, т.е.

$$\alpha = \alpha_0 \sin \omega t$$

(5)

то угловое ускорение в этом случае равно:

$$\varepsilon = [d^2\alpha / dt^2] = -\alpha_0 \omega^2 \sin \omega t = -\omega^2 \alpha$$

(6)

где ω - угловая скорость,

α_0 - максимальный угол отклонения от положения равновесия.

Так как $\omega = 2\pi/T_1$, то получим выражение для углового ускорения в виде:

$$\varepsilon = - (4\pi^2 \alpha) / T_1^2$$

(7)

где T_1 - период колебаний тела.

Из уравнения динамики вращательного движения момент инерции испытуемого тела будет равен

$$I_1 = M / \varepsilon$$

(8)

Подставляя в (8) выражения (4) и (7), получим:

$$I_1 = c \frac{T_1^2}{4\pi^2}$$

(9)

Для того, чтобы избавиться от неизвестного коэффициента пропорциональности c ,

изменим момент инерции испытуемого тела, добавив к нему дополнительные грузы, момент инерции которых относительно заданной оси может быть легко определен.

Момент инерции тела в этом случае изменится и будет равен:

$$I_1 + I_2 = c \frac{T_2^2}{4\pi^2}$$

(10)

где I_2 - момент инерции дополнительных грузов,

T_2 - период колебания тела с дополнительными грузами.

Решая совместно уравнения (9) и (10), найдем момент инерции испытуемого тела:

$$T_1^2$$

$$(11) \quad I_1 = \frac{T_1^2 - T_2^2}{2} I_2$$

Если в качестве дополнительных грузов взять, чтобы не изменить положение оси вращения испытуемого тела, два цилиндра, расположенных симметрично относительно оси вращения, то момент инерции испытуемого тела будет равен:

$$(12) \quad I_1 = \frac{T_1^2}{T_2^2 - T_1^2} 2m_0 \left(\frac{r^2}{2} + R^2 \right)$$

где m_0 - масса цилиндра,

r - радиус цилиндра,

R - расстояние от оси вращения испытуемого тела до оси одного из цилиндров

Так как для установки дополнительных грузов на испытуемое тело применена прямоугольная пластина, расположенная симметрично относительно оси вращения, то уравнение для момента инерции испытуемого тела принимает вид:

$$(13) \quad I_1 = \frac{T_1^2}{T_2^2 - T_1^2} 2m_0 \left(\frac{r^2}{2} + R^2 \right) - \frac{1}{12} m_1 L^2$$

где m_1 - масса пластины,

L - длина пластины.

Последнее слагаемое в уравнении (13) представляет собой момент инерции пластины относительно оси вращения испытуемого тела.

Экспериментальная установка

Крутильный маятник (рис.1) состоит из рамы, к верхней перекладине которой при помощи упругого стержня подвешенного в центре масс испытуемое тело.

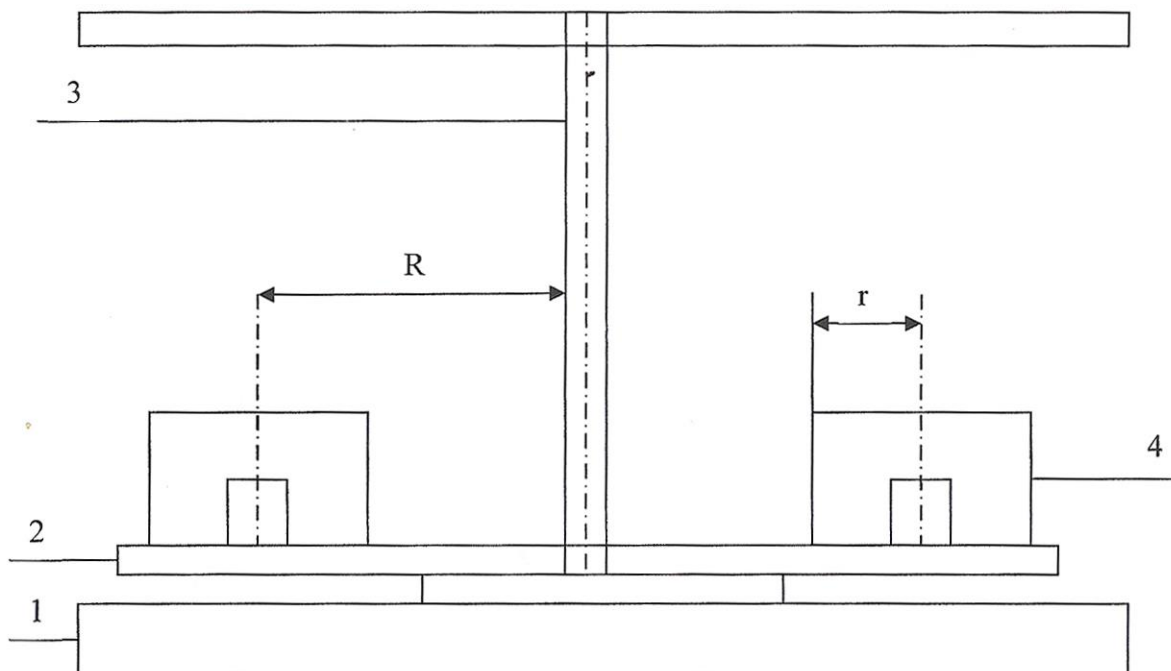


Рис.1

1- колесо турбины, 2 - пластина со штифтами,
3 - упругий стержень, 4 - дополнительные грузы.

Это тело представляет собой рабочее колесо газовой турбины, на котором закреплена металлическая пластина со штифтами для установки дополнительных грузов (цилиндров). Пластина и штифты расположены симметрично относительно оси вращения испытуемого тела, которая совпадает с центром масс испытуемого тела.

Проведение эксперимента и обработка результатов

1. Измерить штангенциркулем диаметры цилиндров и найти их радиус. Результаты занести в таблицу п.1
2. Измерить штангенциркулем расстояние между осями штифтов для установки грузов и определить расстояние между осью цилиндра и осью испытуемого тела. Результаты занести в таблицу п.1
3. Определить массу дополнительного груза взвешиванием на весах. Результаты занести в таблицу п.1
4. Измерить длину, высоту и ширину пластины и, зная ее плотность, найти массу пластины. Результаты занести в таблицу п.1
5. При проведении эксперимента угол поворота тела не должен быть больше 5-10 градусов, в противном случае нарушается пропорциональность между периодом колебаний и моментом инерции тела.

6. Повернув в горизонтальной плоскости на небольшой угол испытуемое тело (без дополнительных грузов), привести его в колебательное движение. Определить с помощью секундомера время заданного числа колебаний и найти период колебаний испытуемого тела (без дополнительных грузов). Результаты занести в таблицу п.2
7. Установить грузы на штифты. Привести испытуемое тело с дополнительными грузами в колебательное движение и измерить период колебаний. Результаты занести в таблицу п.2
8. Вычислить момент инерции по формуле (13).
9. Оценить погрешность полученного значения момента инерции испытуемого тела.

Отчет по лабораторной работе

Отчет по лабораторной работе выполняется на отдельных листах и должен содержать:

1. Название и цель работы
2. Вывод расчетной формулы для величины, определяемой в данной работе.
3. Схему экспериментальной установки, перечень измерительных приборов и их погрешность.
4. Таблицы результатов измерений.
5. Расчет искомой величины и расчет ее погрешности.
6. Выводы по лабораторной работе.

Контрольные вопросы

1. Момент инерции материальной точки, тела. Свойства момента инерции.
2. Чему равен момент инерции однородных тел простой геометрической формы (цилиндр, стержень, шар) относительно оси проходящей через их центр масс.
3. Получить выражение для момента инерции однородного диска относительно оси, проходящей через его центр масс.
4. Получить выражение для момента инерции однородного стержня относительно оси, проходящей через центр его масс.
5. Получить выражение для момента инерции однородного шара относительно оси, проходящей через центр его масс.
6. Сформулировать и доказать теорему Штейнера.
7. Сформулировать уравнение динамики вращательного движения твердого тела.
8. Получить выражение для кинетической энергии вращающегося твердого тела.

Литература

1. Савельев И.В. Курс физики М.: Наука, 1989. Т1, 350с.
2. Лабораторный практикум по физике / Под ред. К.А.Барсукова и Ю.И.Уханова М.: Высшая школа, 1988, 350с.
3. Сквайрс Дж. Практическая физика М.: Мир, 1971, 245с.

Приложение

Таблица п.1

Радиус цилиндра, r	м
Расстояние от оси тела до оси цилиндра, R	м
Масса цилиндра, m_0	кг
Длина пластины, L	м
Ширина пластины, b	м
Толщина пластины, h	м
Плотность пластины, ρ	кг/м ³
Масса пластины, M_1	кг

Таблица п.2

Номер измерения	Число колебаний тела		Время колебаний тела		Период колебаний тела	
	без грузов	с грузами	без грузов	с грузами	без грузов	с грузами
	n_1	n_2	t_1 (с)	t_2 (с)	$T_1 = t_1 / n_1$ (с)	$T_2 = t_2 / n_2$ (с)
1						
2						
...						
i						
...						
Среднее :						